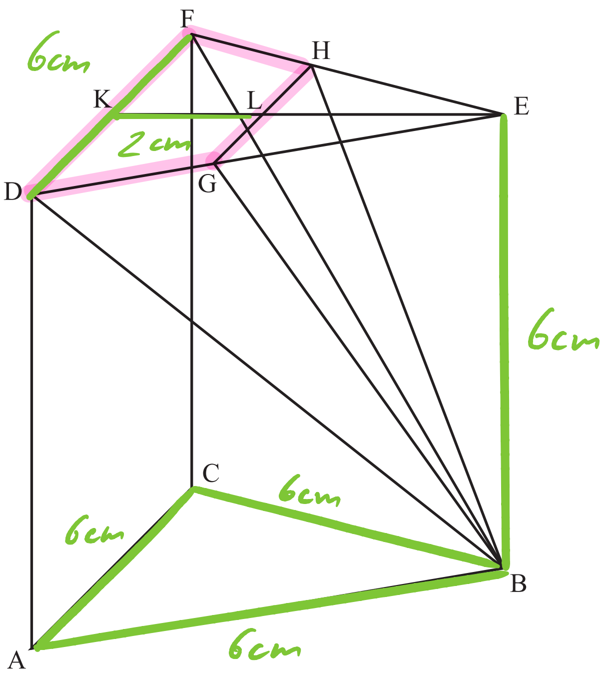
A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF mit dem gleichseitigen Dreieck ABC als Grundfläche. Die Strecke [GH] mit $G \in [DE]$ und $H \in [FE]$ ist parallel zur Strecke [DF]. Die Punkte K und L sind die Mittelpunkte der Strecken [DF] und [GH]. Die Fläche DGHF ist die Grundfläche der Pyramide DGHFB mit der Spitze B.

Es gilt:
$\overline{AB} = 6\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6\text{ cm}$; $\overline{KL} = 2\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

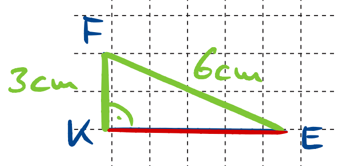


A 2.1 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide DGHFB.
[Teilergebnisse: $\overline{GH} = 3{,}7\text{ cm}$; $\overline{EL} = 3{,}2\text{ cm}$]

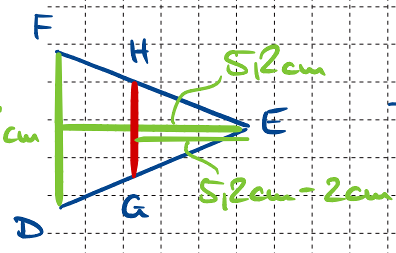
Die Grundfläche DGHF der Pyramide ist ein Trapez

Berechnung der Grundlinie $\overline{GH}$ über Vierstreckensatz

vorher: Höhe $\overline{KE}$ im Grundflächen-Dreieck



$$\overline{KE} = \sqrt{6^2 - 3^2}\text{ cm} = 5{,}2\text{ cm}$$



$$\frac{\overline{GH}}{6\text{cm}} = \frac{5{,}2\text{cm} - 2\text{cm}}{5{,}2\text{cm}} \quad | \cdot 6\text{cm} \qquad \overline{GH} = 3{,}7\text{ cm}$$

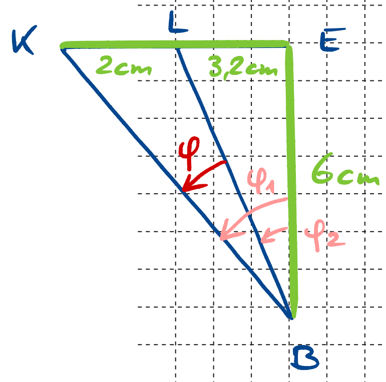
$$A_{DGHF} = \frac{\overline{DF} + \overline{GH}}{2} \cdot \overline{KL} = \frac{6\text{cm} + 3{,}7\text{cm}}{2} \cdot 2\text{cm} = 9{,}7\text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{DGHF} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9{,}7\text{ cm}^2 \cdot 6\text{ cm} = \underline{\underline{19{,}4\text{ cm}^3}}$$

3 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels LBK.

Betrachte ΔKBE



$\tan \varphi_1 = \dfrac{5{,}2\,cm}{6\,cm}$ $\quad \varphi_1 = \tan^{-1}\left(\dfrac{5{,}2}{6}\right) = 40{,}9^\circ$ ✓

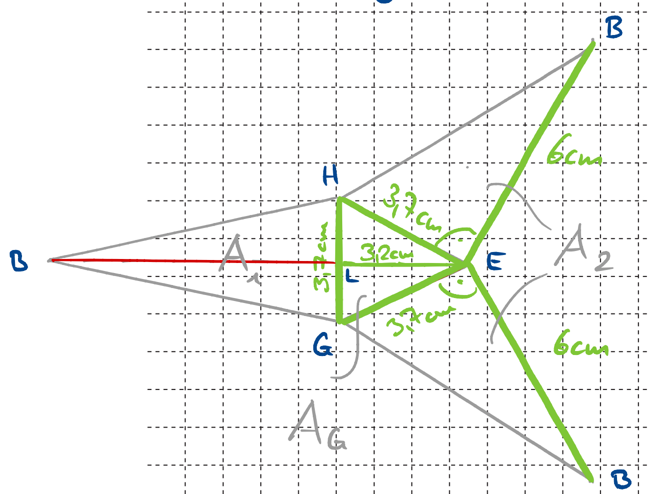
$\tan \varphi_2 = \dfrac{3{,}2\,cm}{6\,cm}$ $\quad \varphi_2 = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}2}{6}\right) = 28{,}1^\circ$ ✓

$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 40{,}9^\circ - 28{,}1^\circ = \underline{\underline{12{,}8^\circ}}$ ✓

3 P

A 2.3 Das Dreieck GEH ist die Grundfläche der Pyramide GEHB mit der Spitze B. Berechnen Sie die Oberfläche O dieser Pyramide.

Netz der Pyramide GEHB:



Die Grundfläche GEH ist ein gleichseitiges Dreieck (vgl. Angabe)

Betrachte ΔLBE:

$\overline{BL} = \sqrt{6^2 + 3{,}2^2}\ cm$
$= 6{,}8\,cm$

$O = \underbrace{\tfrac{1}{2} \cdot 3{,}7 \cdot 3{,}2\,cm^2}_{A_G} + \underbrace{\tfrac{1}{2} \cdot 3{,}7 \cdot 6{,}8\,cm}_{A_1} + \underbrace{2 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 3{,}7 \cdot 6\,cm^2}_{2 \times A_2}$
$= \underline{\underline{40{,}7\,cm^2}}$

3 P